

Арифметическая прогрессия

Тип урока: урок обобщения и систематизации, коррекции знаний.

Цель урока: Формирование умения решать практические задачи на арифметическую прогрессию

Задачи:

- обобщить и систематизировать теоретические знания по арифметической прогрессии; совершенствовать навыки нахождения n члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии с помощью формул.
- развивать познавательный интерес учащихся, учить их видеть связь между математикой и окружающей жизнью; развивать грамотную математическую речь;
- воспитывать интерес к математике и ее приложениям, активность, умение общаться, аргументировано отстаивать свои взгляды воспитывать волю и настойчивость для достижения конечных результатов.

Структура урока:

1. Орг.момент, приветствие, пожелания.
2. Сообщение темы, типа и целей урока.
3. Актуализация опорных знаний и умений: фронтальная работа // индивидуальная разноуровневая работа у доски.
4. Работа в парах. Проверка, оценивание.
5. Тренировочные упражнения-закрепления.
6. Решение практических задач.
7. Историческая справка.
8. Индивидуальная разноуровневая работа на местах по карточкам.
9. «Письмо из прошлого». Задача Пифагора.
10. Математический фокус.
11. Выставление оценок, домашнее задание, рефлексия

Оборудование: мультимедийный проектор; раздаточный дидактический материал; справочный материал.

1. Организационный момент, приветствие, пожелания

Начать урок я бы хотела с притчи:

Шёл мудрец, а навстречу ему три человека, которые везли под палящим солнцем тележку с камнями для строительства. Мудрец остановил их и задал каждому один и тот же вопрос. Он спросил первого: «Что ты делал целый день?» Тот с ухмылкой ответил, что целый день он возил проклятые камни. Второй сказал «Я добросовестно выполнял свою работу». А третий улыбнулся, его лицо засветилось радостью и удовольствием. «А я принимал участие в строительстве храма». Какова мораль?

Одно и то же дело можно выполнять с разным настроением, поэтому и результат может быть разным. Я желаю Вам всегда работать с удовольствием, с осознанием важности выполненного вами дела, в частности, и на сегодняшнем уроке.

2. Итак, ребята, тема нашего урока: Арифметическая прогрессия. Урок обобщения и систематизации знаний.

Откройте тетради и оформите работу.

Давайте, совместно определим цели нашей работы на уроке.

(совершенствовать навыки нахождения n члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии с помощью формул; применить данные умения к решению практических задач).

3.Актуализация опорных знаний и умений: фронтальная работа , индивидуальная.

Слово «прогрессия» латинского происхождения (progressio), буквально означает «движение вперед» (как и слово «прогресс»)

Первые представления об арифметической прогрессии были еще у древних народов. Некоторые формулы, относящиеся к прогрессиям, были известны китайским и индийским математикам. Математические прогрессии встречаются в древнем Вавилоне, в египетских папирусах, древнекитайском трактате “Математика в 9 книгах”. Впервые грамотное мат. понятие арифметической прогрессии встречается у римского автора Бозция (V-VI вв.).

Вместе с вами сегодня мы движемся только вперед

- **Индивидуальная работа.**

К доске я приглашаю 4 ребят, которые желают поработать индивидуально. Вам предложены ключевые задачи.

Дано: (a_n) - арифметическая прогрессия.

A	A	B	C
Дано: $a_{10}=126,$ $d=4.$ Найти: $a_1.$	Дано: $a_{25}=84,$ $a_1=12.$ Найти: $d.$		Является ли число 156 членом арифметической прогрессии (a_n) , в которой $a_1=24, a_{22}=60.$

- **Фронтальная работа.**

Ну, а нам с вами ребята, необходимо вспомнить теоретический материал по изученной теме:

Попробуйте сами сформулировать вопросы для повторения темы.
(Обучающиеся задают друг другу вопросы)

- Дайте определение арифметической прогрессии.
- Как найти разность арифметической прогрессии?
- Озвучьте формулу n -го члена арифметической прогрессии.
- Какой вид будет иметь эта формула после алгебраических преобразований?
- Сформулируйте свойство каждого члена арифметической прогрессии, начиная со второго.
- Назовите формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии.

4. Работа в парах. Проверка, оценивание.

Для того чтобы вы окончательно убедились в своих твёрдых знаниях теоретического материала и формул, **поработаем в парах.**

Вам предлагается карточка, в которой вы вместе с соседом по парте должны «найти пару», соединив стрелкой формулу и её название.

Определение
арифметической
прогрессии

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_n}{2}$$

Формула n -го члена
арифметической
прогрессии

$$a_{n+1} = a_n + d$$

Свойство каждого
члена арифметической
прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Сумма первых n членов
арифметической
прогрессии

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Формула разности
арифметической
прогрессии

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Проверка. Слайд презентации

5. Тренировочные упражнения -закрепления

Является ли заданная последовательность арифметической прогрессией, почему?

1. 3; 6; 9; 12; ...
2. -1; -1; -1; ...
3. 0; 13; 1; 14; 2; 15; ...
4. -3; -1; 1; 3; ...
5. $X_n = 3n - 2$;
6. $A_n = 25 + n^2$;
7. $B_n = 12/3 - 4n$.

Выразите через a_1 и d : a_8 , a_{33} , a_{100} .

Найдите a_5 , если $a_1 = 4$ и $d = 7$.

Найдите a_{12} , если $a_{11} = 20$ и $a_{13} = 30$.! Проверка

- Проверка «ключевых» задач. Почему задачи «ключевые»?

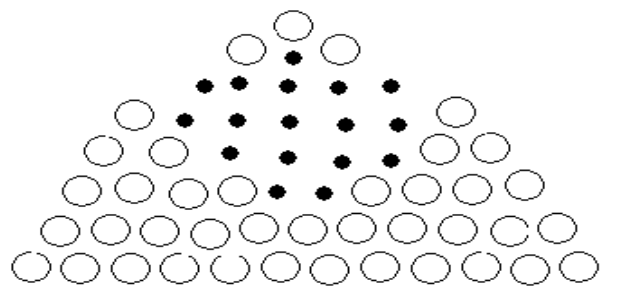
6. Решение практических задач

Задачи на прогрессию - это не абстрактные формулы. Они берутся из самой нашей жизни и помогают решать некоторые практические вопросы.

Задачи, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства, строительство, размежевание земельных наделов. В наше время задачи на прогрессию встречаются в физике, истории, экономике, медицине.

Задачи на слайде и на листе.

1. Привезли и выгрузили большое количество бревен строевого леса. При хранении бревен их укладывают так, как показано на рисунке, чтобы закрыть наряд водителю, нужно определить, сколько бревен привезли. Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основание положить 12 бревен?



2. Амфитеатр состоит из 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше, чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?

7. Исторический момент

Что общего у этих двух задач?

Для решения этих задач мы использовали формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии. Впервые эта формула была доказана древнегреческим ученым Диофантом (III век н. э.). Правило отыскания суммы n первых членов произвольной арифметической прогрессии встречается в “Книге абака” Леонардо Фибоначчи (1202 г). Но, несмотря на вековую давность этих формул, в школьных учебниках они появились совсем недавно. Даже в первом учебнике “Арифметика” Л. Магницкого, изданном 200 лет назад общих формул для вычисления суммы n первых членов арифметической прогрессии нет, и даже сам составитель не без труда справлялся с такими задачами.

- ***Какое отношение к арифметической прогрессии имеет немецкий математик Карл Гаусс?***

Историческая справка о К.Гауссе (индивидуальное домашнее задание ученика).

Какую известную математическую фразу он сказал?

(«Математика-царица всех наук, а арифметика-царица математики»)

8.Продолжим решение задач самостоятельно. (Предлагаются несколько задач с листа)

1.Подготовку к экзамену начинают с 15 мин. В каждый следующий день её время увеличивают на 10 мин. Сколько дней следует готовиться к экзамену в указанном режиме, чтобы достичь максимальной продолжительности подготовки, не влияющей на здоровье подростка, 1 час 45 минут?

СЕГОДНЯ МЫ ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНУ ОЧЕРЕДНЫЕ 45 МИНУТ

2. Грузовик перевозит партию щебня массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.

3.В январе токарная мастерская изготовила 106 деталей, а в каждый следующий месяц она изготовляла на 3 детали больше, чем в предыдущий. Сколько деталей мастерская изготовила в мае? Сколько всего деталей изготовила мастерская за год?

По окончании работы обучающиеся обмениваются тетрадями и сверяют выполнение задач с решением на доске.

9. «Письмо из прошлого». Задача Пифагора (580-500 гг. до н.э.) Найти сумму p -первых нечетных натуральных чисел: $1+3+5+\dots+(2p-1)$. (Для желающих)

10. Математический фокус. Можно использовать в качестве паузы. (*Время проведения 3 минуты*).

Дана последовательность чисел:

4; 7; 10; 13; 16; 19; 22; 25; 28; 31; 34; 37; 40; 43; ...

Назовите номер члена последовательности, а я назову само число.

Объясните, как мне это удалось?

11. Подведение итогов урока. Задание на дом.

Обратимся к домашнему заданию к сегодняшнему уроку. (Решить в тетради и записать на карточке 2 задачи из сборника для подготовки к ОГЭ) Обменяйтесь карточками. Это и будет вашим домашним заданием. Сдайте тетради.

- Вспомним девиз нашего урока: “Прогрессия – движение вперед”.

Давайте проверим, насколько вы продвинулись вперед за время урока. Чему учились? Чего достигли? Что не получилось? Как исправить?

Вспомним притчу. Как вы сегодня работали? (Эмоциональная оценка).

1-проклятые камни

2-добросовестно выполнял свою работу

3- работал с удовольствием

Приложения:

1. Карл Фридрих Гаусс (1777 - 1855)- немецкий математик, астроном, геодезист, физик.

Дед Гаусса был бедным крестьянином, отец — садовником, каменщиком, смотрителем каналов в герцогстве Брауншвейг. Уже в двухлетнем возрасте мальчик показал себя вундеркиндом. В три года он умел читать и писать, даже исправлял счётные ошибки отца.

(Не все ребята были на уроке, где Л.Н. рассказывала о случае, связанном с Гауссом, поэтому я повторяю)

Согласно легенде, школьный учитель математики, чтобы занять детей на долгое время, предложил им сосчитать сумму чисел от 1 до 100. Юный Гаусс заметил, что попарные суммы с противоположных концов одинаковы: $1+100=101$, $2+99=101$ и т. д., и мгновенно получил результат $50 \times 101 = 5050$.

До самой старости он привык большую часть вычислений производить в уме. Свободно владея множеством языков, Гаусс некоторое время колебался в выборе между филологией и математикой, но предпочёл математику. Ему принадлежат формулировка и доказательства множества свойств и теорем математики. Он очень любил латинский язык и значительную часть своих трудов написал на латыни; любил английскую, французскую и русскую литературу.

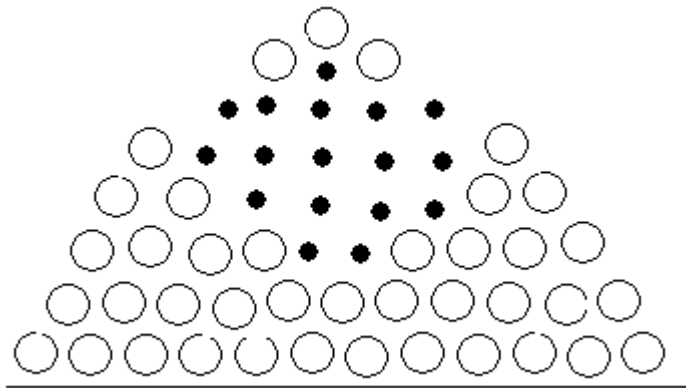
В возрасте 62 года Гаусс начал изучать русский язык, чтобы ознакомиться с трудами Лобачевского, и вполне преуспел в этом деле.

Современники вспоминают Гаусса как жизнерадостного, дружелюбного человека, с отличным чувством юмора...



2. Задачи.

1. Привезли и выгрузили большое количество бревен строевого леса. При хранении бревен их укладывают так, как показано на рисунке. чтобы закрыть наряд водителю, нужно определить, сколько бревен привезли. Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основание положить 12 бревен?



2. Амфитеатр состоит из 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше, чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?

3. Подготовку к экзамену начинают с 15 мин. В каждый следующий день её время увеличивают на 10 мин. Сколько дней следует готовиться к экзамену в указанном режиме, чтобы достичь максимальной продолжительности подготовки, не влияющей на здоровье подростка, 1 час 45 минут?

4. Вертикальные стержни фермы имеют следующую длину: наименьший 5 дм, а каждый следующий - на 2 дм длиннее. Найдите длину семи таких стержней.

5. Тело в первую секунду прошло 9 м, а в каждую следующую проходило на 3 м больше, чем в предыдущую. Какой путь прошло тело за 14 секунд?

6. Шар в первую секунду полета пролетел 12 метров. А за каждую следующую на 4 м больше, чем за предыдущую. Какое расстояние пролетит шар за 10 сек?

7. В январе токарная мастерская изготовила 106 деталей, а в каждый следующий месяц она изготовляла на 3 детали больше, чем в предыдущий. Сколько деталей мастерская изготовила в мае? Сколько всего деталей изготовила мастерская за год?

8. Мама предложила сыну на выбор два варианта: давать ему ежедневно на карманные расходы в течение месяца по восемь рублей или дать в первый день 50 копеек, зато в следующий на 50 копеек больше, в следующий еще на 50 копеек больше и так далее в течение месяца. Какой вариант выгоднее для сына, если мама с сыном договаривается на апрель? На март?